

# Historia pewnej promocji z matematyką w tle

Dorota Gabor, WMiI UMK

Grzegorz Gabor, WMiI UMK

Wojciech Koczorowski, PlayPrint

# Etapy procesu

1. Oczekiwanie zleceniodawcy
2. Koncepcja firmy obsługującej promocję
3. Przełożenie koncepcji na zagadnienie matematyczne,
4. Rozwiązanie tego zagadnienia
5. Realizacja rozwiązania w praktyce.

# Etap 1. Oczekiwania zleceniodawcy

- Firma produkująca zupy błyskawiczne chce wypuścić na rynek 32 000 000 opakowań promocyjnych. Na wygrane przeznaczają 200 000 PLN.

## Etap 2. Koncepcja promocji

- W każdym z 32 000 000 opakowań znajdować się ma kupon z wypisaną kwotą (co najmniej trzycyfrową).
- Jeśli ktoś zgromadzi kupony, na których kwoty zsumują się do dokładnie 1000 PLN lub 10 000 PLN, to może je wymienić na gotówkę.
- Planujemy np. 10 wygranych po 10 000 PLN i 100 wygranych po 1000 PLN (można zmienić).
- Trzeba zaplanować kwoty na kuponach oraz ilość kuponów z konkretnymi kwotami. Aby promocja była atrakcyjna powinno być stosunkowo dużo różnych kwot (im więcej, tym lepiej).
- Wszystkie wygrane nie mogą przekroczyć w sumie 200 000 PLN.

# Pierwszy pomysł - negocjacje

- Gdyby kwoty 1000 i 10000 zamienić na np. 999 i 9999, to wystarczy wydrukować odpowiednią ilość kwot nieparzystych, a pozostałe parzyste.
- Wada: „brzydkie” liczby (opinia ekonomisty);
- Wada: nieeleganckie rozwiązanie (opinia matematyka)
- Wada: ten sam kupon zapewnia małą i dużą wygraną – trzeba zakładać, że wszystkie liczby parzyste umożliwia dużą wygraną, więc „kuponów wygrywających” musi być mało
- Wada: odbiorcy promocji szybko to rozszyfrują

## Etap 3. i 4. Przełożenie na problem matematyczny i rozwiązanie

- W każdym opakowaniu znajdować się ma kupon z wypisaną kwotą (co najmniej trzycyfrową).
- Jeśli ktoś zgromadzi kupony, na których kwoty zsumują się do dokładnie 1000 PLN lub 10 000 PLN, to może je wymienić na gotówkę.
- Planujemy np. 10 wygranych po 10 000 PLN i 100 wygranych po 1000 PLN (można zaproponować inny rozkład).
- Trzeba zaplanować kwoty na kuponach oraz ilość kuponów z konkretnymi kwotami. Aby promocja była atrakcyjna powinno być stosunkowo dużo różnych kwot (im więcej, tym lepiej).
- Wszystkie wygrane nie mogą przekroczyć w sumie 200 000 PLN.

# Nasze rozwiązanie

- Obserwacja 1:

$$1000 = 11 \cdot 90 + 10$$

$$2000 = 11 \cdot 181 + 9$$

$$3000 = 11 \cdot 272 + 8$$

$$4000 = 11 \cdot 363 + 7$$

$$5000 = 11 \cdot 454 + 6$$

$$6000 = 11 \cdot 545 + 5$$

$$7000 = 11 \cdot 636 + 4$$

$$8000 = 11 \cdot 727 + 3$$

$$9000 = 11 \cdot 818 + 2$$

$$10\ 000 = 11 \cdot 909 + 1$$

- Obserwacja 2:

$$n \cdot 1000 - n \cdot 10 = n \cdot 990 = n \cdot 11 \cdot 90$$

# Nasze rozwiązanie oparte na obserwacji 1.

- Żadna ilość kwot podzielnych przez 11 nie zapewnia wygranej.
- Trzeba dowolnie zaplanować ilość wygranych każdej wielkości spośród 1000, 2000, 3000, ..., 10 000 w ramach puli 200 000 PLN.
- Kwota dająca konkretną resztę z dzielenia przez 11 umożliwia konkretną wygraną od 1000 do 10 000 (np. dająca resztę 4 - wygraną 7000 PLN).
- Wydrukować kwoty umożliwiające konkretne wygrane.



## Nasze rozwiązanie oparte na obserwacji 2.

- Żadna ilość kwot podzielnych przez 11 nie zapewnia wygranej
- Należy wydrukować 200 kwot dających z dzielenia przez 11 resztę 10, a pozostałe kwoty powinny być podzielne przez 11.
- $n$  kwot dających z dzielenia przez 11 liczbę 10 umożliwia wygraną  $n \cdot 1000$  PLN ( $n=1,2,\dots,10$ )
- Łączna suma wygranych mieści się w puli, choć nie można zaplanować ile jakich wygranych padnie

# Porównanie koncepcji

- 200 „losów wygrywających” (2) lub znacznie mniej (1)
- Do wygranej  $n \cdot 1000$  konieczność posiadanie  $n$  „losów wygrywających” (2) lub jednego (1)
- Kolejny „los wygrywający” daje szansę na wyższą wygraną (2) lub może obniżyć wysokość wygranej (1)

$$4 \equiv 7000 \pmod{11}$$

$$6 \equiv 5000 \pmod{11},$$

$$4 + 6 \equiv 1000 \pmod{11}$$

# Etap 5. Realizacja

- Przekazanie idei rozwiązania w przystępnej formie osobom odpowiedzialnym za promocję.
- Podanie odpowiednich, konkretnych kwot i ilości, w których powinny być wydrukowane.
- Przykład:

Kwota umożliwiająca wygraną 1000 PLN to 560.

Do wydrukowania:

100 razy 560 PLN,

1 000 000 razy 440 PLN,

1 000 000 razy 220 PLN,

1 000 000 razy 110 PLN.

W mniejszych ilościach inne wielokrotności 11

# Opis zasad promocji, czyli to, co powinien wiedzieć uczestnik promocji (propozycja matematyka)

- W każdym opakowaniu promocyjnym wydrukowana jest pewna kwota. Jeśli suma zebranych kwot będzie równa DOKŁADNIE 1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000, 8000, 9000 lub 10000 PLN, to zostanie wymieniona na równowartość w gotówce.

# Zasady promocji



- Uczestnik zbiera saszetki z opakowań
- Na saszetkach wydrukowane są kwoty (losowe)
- Uczestnik sumuje posiadane kwoty
- Uczestnik wygrywa jeżeli suma jego kwot wynosi dokładnie 1 000, 2000, 3000 ... aż do 10.000 zł

$$\begin{matrix} \text{1200} & + & \text{300} & + & \text{500} & = & \text{DOKŁADNIE} \\ & & & & & & \text{2000 zł} \\ & & & & & & \text{WYGRANA!} \end{matrix}$$

- Jeżeli suma nie jest dokładnie wielokrotnością 1000 zł to uczestnik gra dalej!

$$\begin{matrix} \text{1200} & + & \text{300} & + & \text{620} & + & \text{380} & = & \text{GRAN DALEJ} \\ & & & & & & & & \text{2500 zł} \end{matrix}$$

# Promocja 2010

$$1000 = 76 \cdot 13 + 12$$

$$6000 = 461 \cdot 13 + 7$$

$$2000 = 153 \cdot 13 + 11$$

$$7000 = 538 \cdot 13 + 6$$

$$3000 = 230 \cdot 13 + 10$$

$$8000 = 615 \cdot 13 + 5$$

$$4000 = 307 \cdot 13 + 9$$

$$9000 = 692 \cdot 13 + 4$$

$$5000 = 384 \cdot 13 + 8$$

$$10000 = 769 \cdot 13 + 3$$

....

Można kontynuować do 12 000

$$n \cdot 1000 - n \cdot 12 = n \cdot 988 = n \cdot 76 \cdot 13$$

## Itd...

- Można używać dowolnej liczby pierwszej poza 5 i 2 (dla 7 maksymalna wysokość wygranej to 6000, dla 3 wygrane to 1000 i 2000)
- Można zmieniać wysokości wygranych (warunek: muszą być względnie pierwsze z kluczowym dzielnikiem)
- Można próbować tak dobrać kwoty, by można było produkty, które zostaną z poprzedniej edycji wykorzystać w kolejnej (wykorzystać podzielność przez więcej liczb równocześnie)
- Można optymalizować dobór odpowiednich kwot, tak by wykorzystać większą część puli nagród (było 28% i 35 %)